Lösungen Aufgaben 1-6

1. Aufgabe:
Eine Federpistole ist in 1 m Höhe waagerecht eingestellt worden. Das Geschoss fliegt mit einer Geschwindigkeit von 4,5 m/s. Wo, mit welcher Geschwindigkeit und nach welcher Zeit erreicht das Geschoss den Erdboden?

Eine genaue Beschreibung des waagerechten Wurfes findet ihr unter:
http://www.physikabitur.info/Mechanik/91122%20Wurf%202%20SODOL.pdf

Geg.: v = 4,5m/s
h = 1m
Ges.: $v_{Aufprall}$ = 6,3m/s
$t_{Aufprall}$ = 0,45s

Lösung:

=> zusammengesetzte Bewegung

1. $v_x = v_0 = \frac{s}{t}$ aus 1. folgt $t = \frac{x}{v_0}$

2. $v_y = g \cdot t$ in 3. $y = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$

3. $y(t) = \int_0^t v_y \, dt$ $x = \sqrt{2 \frac{y v^2}{g}} = \underline{2{,}03}\, m$

$y(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$

x einsetzen in 1. => $\underline{\underline{t = 0{,}45s}}$

v_{end} setzt sich vektoriell aus v_x und v_y zusammen
=> v_{end} ist so groß wie der Betrag des seines Vektos.

$$v_{end} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$v_{end} = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2} = 6{,}3 \frac{m}{s}$$

Einheitenkontrolle

$$m = \sqrt{\frac{m \cdot (m^2/s^2)}{(m/s^2)}}$$

$$\frac{m}{s} = \sqrt{(m/s)^2 + (m/s^2 \cdot s)^2}$$

2. Aufgabe:
genaueres unter: http://www.physikabitur.info/Mechanik/91121%20Wurf%201%20STLOD.pdf

Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit von v_0 = 20 m/s vom Boden aus senkrecht nach oben geworfen. Man berechne und zeichne die Funktionen h (t), v (t) und a (t) zwischen Abwurf (t = 0) und Auftreffen auf den Boden (h = 0) zur Zeit t = t_E.
a) Wie groß ist t_E?
b) Wie groß ist die dazugehörige Geschwindigkeit v_E?
c) Wie groß ist die maximale Höhe h_{max}?
d) In welcher Höhe beträgt die Geschwindigkeit die Hälfte der Anfangsgeschwindigkeit?

Geg.: v_0 = 20 m/s
g = 9,81 m/s²

Ges.: t_{end} = 4,08s
v_{end} = 20m/s
h_{max}= 20,38m
h ($v=v_0/2$) = 15,29m

Lösungsansatz:

1. $v(t)=v_0-(g\cdot t)$

durch Differenzieren erhält man die Beschleunigung und durch Integrieren den Weg (Höhe)

2. $h(t)=v_0\cdot t-\frac{g}{2}\cdot t^2$

3. $a(t)=-g$

a)
aus 1. setzen der Geschwindigkeit v=0m/s (Umkehrpunkt) und $t=t_{end}/2$

$$v(t_{end}/2)=0$$
$$0=v_0-(\frac{g\cdot t_{end}}{2})$$
$$t_{end}=\frac{2\cdot v_0}{g}=4{,}08\,s$$

Einheitenkontrolle

$$s=\frac{m/s}{(m/s^2)}$$

b)
v_{end} setzt sich aus Aufstieg und Fall zusammen

$$v_{end}=v_0-g\cdot t_{end}$$
$$v_{end}=-v_0$$
$$v_{end}=-20\,m/s$$

c)
aus 2. für h_{max}
$t=t_{end}/2$ (Umkehrpunkt)

$$h(t)=\frac{v_0\cdot t_{end}}{2}-\frac{g}{2}\cdot\left(\frac{t_{end}}{2}\right)^2$$
$$h_{max}=20{,}38\,m$$

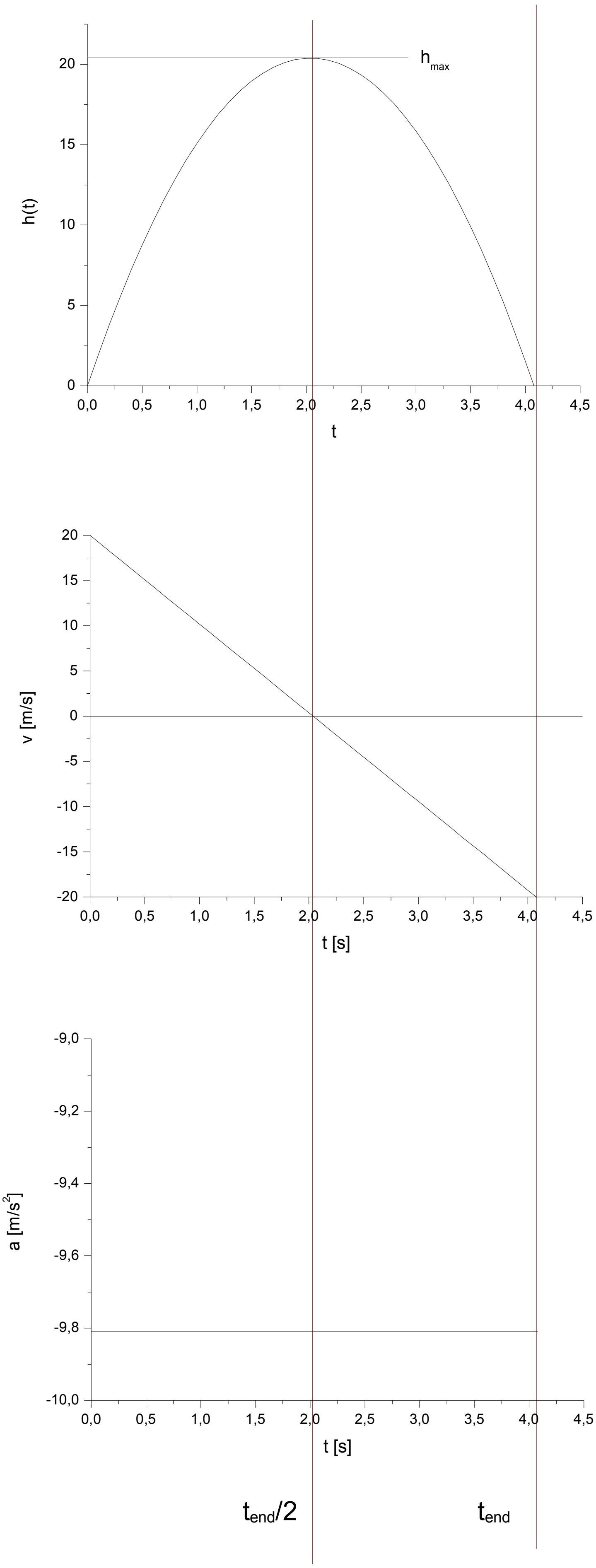
$$m=\frac{m}{s}\cdot s-\frac{m}{s^2}\cdot s^2$$

d)

aus 1. $v(t)=v_0/2$ setzen
t bestimmen
in 2. einsetzen

$$\frac{v_0}{2}=v_0-g\cdot t$$
$$t=\frac{v_0}{(2\cdot g)}$$
$$h(t=\frac{v_0}{2})=\frac{v_0\cdot v_0}{(2\cdot g)}-\frac{g}{2}\cdot\left(\frac{v_0}{(2\cdot g)}\right)^2$$
$$h(t=\frac{v_0}{2})=\frac{3}{8}\frac{v_0^2}{g}=15{,}29\,m$$

$$m=\frac{(m^2/s^2)}{(m/s^2)}$$



h_max
h(t)
t
v [m/s]
t [s]
a [m/s²]
t [s]
t_end/2
t_end

3. Aufgabe:
Ein Auto prallt mit v = 50 km/h frontal auf eine Mauer. Welche Kraft wirkt dabei auf einen Insassen von 70 kg, der innerhalb von 1 m abgebremst wird? (Man setze gleichförmige Abbremsung voraus.) Welche Kraft würde – bei sonst gleichen Voraussetzungen – bei 100
km/h wirken?

geg.: v=50km/h = 50000m/3600s = 13,89m/s
s=1m
m=70kg
ges.: $F_{Insasse}$

Lösung:

1. $F=m\cdot a$ aus 3. $t=\frac{v}{a}$

2. $s=\frac{a}{2}t^2$ in 2. $s=\frac{a}{2}\cdot\left(\frac{v}{a}\right)^2$

3. $v=a\cdot t$ umstellen $a=\frac{v^2}{(2s)}$ => in 1. $F=\frac{(m\cdot v^2)}{(2s)}$

$F=6751{,}5\,N$

4. Aufgabe:
Ein Eiswürfel wird vom Rand einer Schüssel freigelassen, die die Form einer Halbkugel von
20 cm Radius hat. Da keine Reibung herrschen soll, rutscht er von Rand zu Rand hin und her.
Die Masse des Eiswürfels sei 30 g.
a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Eiswürfels, wenn er den Boden der Schüssel passiert?
b) Welche Kraft übt die Schüssel auf den Eiswürfel aus, wenn er den Boden passiert?

a) Ansatz Energieerhaltung

$$m\cdot g\cdot h=\frac{m}{2}v^2$$

mit h=r

$$v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}=1{,}98\frac{m}{s}$$

v ist von m unabhängig!

b)

$$F_g=m\cdot g$$

$$F_{Zentripedal}=\frac{(m\cdot v^2)}{r}$$

$$F=m\cdot g+\frac{(m\cdot v^2)}{r}=0{,}88\,N$$

F = F_g + $F_{Zentripetal}$

Einheitenkontrolle

$$\frac{m}{s}=\sqrt{\frac{m}{s^2}\cdot m}$$

$$N=\frac{kg\cdot m}{s^2}$$

5. Aufgabe:
weitere Infos unter
http://www.fh-muenchen.de/home/fb/fb06/labors/lab_didaktik/pdf/web-e-modul.pdf
http://de.wikipedia.org/wiki/Elastizit%C3%A4tsmodul

a) Ein Stahldraht von 50 cm Länge und 2 mm Durchmesser wird mit 1000 N elastisch gedehnt. Der Elastizitätsmodul beträgt $2 \cdot 10^5$ Nmm^{-2}. Um wie viel wird der Draht länger?
b) Wie lang darf ein 2 mm dicker Bleidraht sein, bis er durch sein eigenes Gewicht zerreißt?
(Zerreißgrenze 20 Nmm^{-2}, Dichte ñ = 11,3 g cm^{-3})

geg.: l = 50cm = 0,5m
d = 2mm = 0,002m
E = $2 * 10^5$ N/mm²

a) ges.: dl

Einheitenkontrolle

1. $$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$$

2. $$\varepsilon=\frac{(\Delta l)}{l}$$

3. $$\sigma=\frac{F}{A}$$

$$E=\frac{F\cdot l}{(A\cdot\Delta l)}$$

$$\Delta l=\frac{F\cdot l}{\left(E\frac{\pi\cdot d^2}{4}\right)}=0{,}8\,mm$$

$$mm=\frac{N\cdot mm}{(\frac{N\cdot mm^2}{mm^2})}$$

b) Bleidraht

geg.: ρ =11,3g/cm³ = 11300 kg/m³
σ_z = 20N/mm² = $20 * 10^6$ N/m²

1. $$F_z=\sigma_z\cdot A$$

2. $$F_z=m\cdot g$$

3. $$m=\rho\cdot V=\rho\cdot A\cdot l$$

3. in 2. in 1.

$$\rho\cdot A\cdot l\cdot g=\sigma_z\cdot A$$

$$l=\frac{\sigma_z}{(\rho\cdot g)}=180{,}42\,m$$

$$m=\frac{N/m^2}{(kg/m^3\cdot m/s^2)}$$

$$m=\frac{\frac{kg\cdot m}{(s^2\cdot m^2)}}{(kg/m^3\cdot m/s^2)}$$

6. Aufgabe:
Sie bekommen die Aufgabe, den Elastizitätsmodul einer zylindrischen Faser durch Belastung mit dem Gewicht der Masse m zu bestimmen. Wie groß ist der Fehler des Elastizitätsmoduls, wenn Sie Durchmesser und relative Längenänderung der Faser auf jeweils 10% genau messen konnten?

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E=\frac{4\cdot F}{(\varepsilon\cdot\pi\cdot d^2)}$$

$$\Delta E=\left|\frac{(\delta E)}{(\delta\varepsilon)}\right|\Delta\varepsilon+\left|\frac{(\delta E)}{(\delta\sigma)}\right|\Delta d$$

$$\Delta E=\left|\frac{-4\cdot F}{(\varepsilon^2\cdot\pi\cdot d^2)}\right|\Delta\varepsilon+\left|\frac{-8\cdot F}{(\varepsilon\cdot\pi\cdot d^3)}\right|\Delta d$$

Ableiten von E nach ε und d

$$\Delta E=\frac{4\cdot F}{(\varepsilon\cdot\pi\cdot d^2)}\cdot\left[\left|\frac{-1}{\varepsilon}\right|\Delta\varepsilon+\left|\frac{-2}{d}\right|\Delta d\right]$$

ausklammern von E

$$\frac{(\Delta E)}{E}=\frac{(\Delta\varepsilon)}{\varepsilon}+\frac{(2\cdot\Delta d)}{d}$$

umstellen

$$\frac{(\Delta E)}{E}=0{,}1+2\cdot 0{,}1=0{,}3=30\,Prozent$$

Die mittlere Abweichung ergibt sich aus:

$$\frac{(\Delta E)}{E}=\sqrt{10^2+20^2}=22\,Prozent$$